

EXERCICE 1

$$A(x) = 4(2x - 1)$$

$$B(x) = (x - 5)^2$$

$$\begin{aligned} C(x) &= (x + 5) [(1 - 2x) + (3x + 4)] \\ &= (x + 5) [1 - 2x + 3x + 4] \\ &= (x + 5)(x + 5) = (x + 5)^2 \end{aligned}$$

$$D(x) = 6^2 - (2x)^2 = (6 + 2x)(6 - 2x)$$

$$\begin{aligned} E(x) &= (1 + 3x) [(1 - 2x) - (2x - 5)] \\ &= (1 + 3x) [1 - 2x - 2x + 5] \\ &= (1 + 3x)(-4x + 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(x) &= (x + 3) [(x + 3) + 4] \\ &= (x + 3)(x + 7) \end{aligned}$$

EXERCICE 2

$$\text{a/ } x^2 - 7x = 0 \iff x(x - 7) = 0 \quad \textbf{produit nul}$$

$$\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 7 = 0$$

$$\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 7$$

$$\text{Donc } \mathcal{S} = \{0; 7\}$$

$$\text{b/ } x^2 - 5 = 0 \iff x^2 = 5$$

$$\iff x = \sqrt{5} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{5}$$

$$\text{Donc } \mathcal{S} = \{\sqrt{5}; -\sqrt{5}\}$$

$$\text{c/ } (x + 1)(4x - 7) + (x + 1)(2 - x) = 0 \iff (x + 1) [4x - 7 + 2 - x] = 0$$

$$\iff (x + 1) (3x - 5) = 0 \quad \textbf{prod. nul}$$

$$\iff x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 5 = 0$$

$$\text{Donc } \mathcal{S} = \left\{-1; \frac{5}{3}\right\}$$

EXERCICE 3

$$1. \quad A(2; 0) \quad B(0; 3)$$

2.

3. L'ensemble rouge E_1 est la droite horizontale d'équation $y = -2$.

4.

5. $T(-3; -1)$ dans le repère (O, A, B)

EXERCICE 4

1. Le repère est orthonormé donc :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (2 - (-4))^2 + (2 - (-1))^2 = 6^2 + 3^2 = 45.$$

$$\text{D'où } AB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$AC^2 = (5 - (-4))^2 + (-4 + 1)^2 = 81 + 9 = 90. \text{ D'où } AC = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

2. $AB^2 = 45$ et $BC^2 = 45$. Ainsi on a $AB = BC$ donc ABC est isocèle en B .

$$\text{De plus on a : } AB^2 + BC^2 = 90.$$

Donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$ On en déduit, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que ABC est aussi rectangle en B .

$$3. \quad x_H = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-4 + 5}{2} = \frac{1}{2} \quad y_H = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-1 - 4}{2} = \frac{-5}{2}$$

4. Soit $D(x; y)$.

$$D \text{ symétrique de } B \text{ par rapport à } H \iff H \text{ milieu de } [DB]$$

$$\iff x_H = \frac{x_B + x_D}{2} \quad \text{et} \quad y_H = \frac{y_B + y_D}{2}$$

$$\iff \frac{1}{2} = \frac{2 + x}{2} \quad \text{et} \quad \frac{-5}{2} = \frac{2 + y}{2}$$

$$\iff 1 = 2 + x \quad \text{et} \quad -5 = 2 + y$$

$$\iff x = 1 - 2 = -1 \quad \text{et} \quad y = -5 - 2 = -7$$

$$\text{Donc } D(-1; -7)$$

5. ABC est un triangle rectangle en B , et le point D est en fait symétrique de B par rapport à (AC) , donc $ABCD$ est un carré.

EXERCICE 5

1. On calcule le rayon KA du cercle $\mathcal{C}$:

Le repère est orthonormé donc : $KA^2 = (-3 - 2)^2 + (1 + 1)^2 = 29$

Donc $KA = \sqrt{29}$.

2. $KM^2 = (x_M - x_K)^2 + (y_M - y_K)^2 = (0 - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4 + (y + 1)^2$

3. (Bonus) On cherche les points M de l'axe (Oy) tels que $KM = \sqrt{29}$.

$KM = \sqrt{29} \iff KM^2 = 29 \iff 4 + (y + 1)^2 = 29$ (ne pas développer!)

$$\iff (y + 1)^2 = 25$$

$$\iff y + 1 = 5 \text{ ou } y + 1 = -5$$

$$\iff y = 4 \text{ ou } y = -6$$

Donc les points solutions sont : $M_1(0; 4)$ et $M_2(0; -6)$.