⟶ mini aide en ligne sur www.mathamia.fr

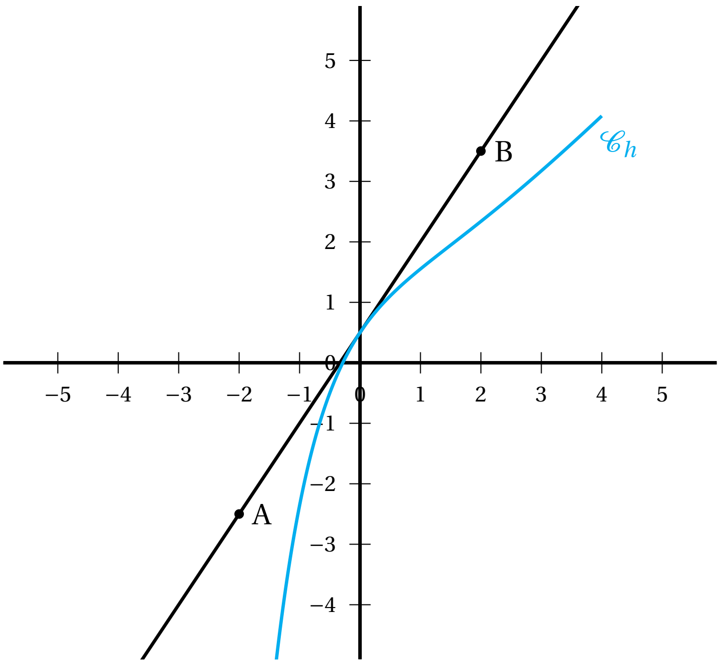
EXERCICE 1 **Paramètres et convexité**

On considère une fonction h, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, ayant une expression de la forme

$$h(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{-x} + x, \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

Dans un repère orthonormé ci-après figurent :

- la courbe représentative $\mathscr{C}_h$ de la fonction h;
- les points A et B de coordonnées respectives $(-2\,;\,-2,5)$ et $(2\,;\,3{,}5)$.



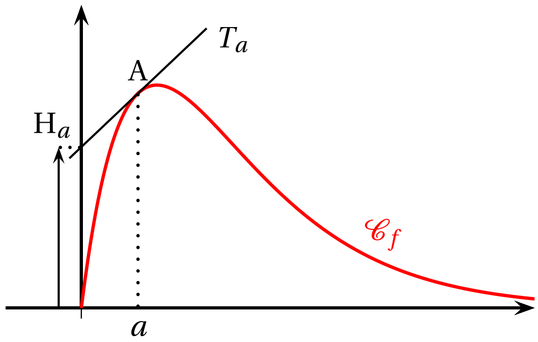
1. Sachant que la droite (AB) est tangente à la courbe représentative de la fonction h au point d'abscisse 0, déterminer les valeurs de a et b.
2. Etudier la convexité de h sur $\mathbb{R}$, en précisant les abscisses des éventuels points d'inflexion de $\mathscr{C}_h$.

Tournez svp !

Exercice 2 Ordonnée à l'origine maximale

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = x\mathrm{e}^{-x}$.
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1. Etudier les variations de f sur $[0\,;\,+\infty[$, et dresser son tableau de variations dans lequel on fera figurer la valeur exacte de l'extremum.
2. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
3. Soit a un réel appartenant à $[0\,;\,+\infty[$ et A le point de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a.
   On note T_a la tangente à $\mathscr{C}_f$ en A.
   On note H_a le point d'intersection de la droite T_a et de l'axe des ordonnées.
   La situation est représentée sur la figure ci-contre.



   a. Déterminer l'équation réduite de la tangente T_a.

   b. Démontrer que l'ordonnée de H_a est maximale lorsque A est un point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$.

Exercice 3 Deux méthodes pour conclure !

On considère un cube $ABCDEFGH$
On définit les points I et J par les égalités vectorielles suivantes :

$$\overrightarrow{EI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EF} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{GJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{GC}$$

1. Dessiner un cube en perspective et placer les points I et J.

   L'objectif de cet exercice est de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{EC}$ ne forment pas une base de l'espace.

2. **Méthode vectorielle**

   a. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IJ}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{FG}$.

   b. Conclure.

3. **Méthode analytique**

   a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{EC}$ dans une base de l'espace que vous choisirez.

   b. Montrez que ces trois vecteurs sont coplanaires, et conclure.