1.

(a)
```
def Taux(n) :
    T=0.9
    for i in range(n) :
        T = T-0.1*T**2
    return T
```

(b) Code modifié pour que la fonction affiche sur n lignes, les valeurs de i et T_i pour tout entier $i \in [1; n]$

```
def Taux(n) :
    T=0.9
    for i in range(n) :
        T = T-0.1*T**2
        print('i=',i+1,T)
```

(c) Tableau de valeurs suivant, avec les valeurs de T_n au millième.

Année	2020	2021	2022	2025	2030	2035	2040
n	0	1	2	5	10	15	20
T_n	0.9	0.819	0.752	0.605	0.459	0.370	0.310

2. On définit la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par $f(x) = x - 0,1x^2$.

(a) La fonction polynôme f est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et sur cet intervalle :
$f'(x) = 1 - 2 \times 0,1x = 1 - 0,2x$.
Or $0 \leqslant x \leqslant 1 \Rightarrow 0 \leqslant 0,2x \leqslant 0,2 \Rightarrow -0,2 \leqslant -0,2x \leqslant 0 \Rightarrow 0,8 \leqslant 1 - 0,2x \leqslant 1$, ce qui montre que $f'(x) > 0$ sur $[0\,;\,1]$: la fonction f est donc croissante sur $[0\,;\,1]$ de $f(0) = 0$ à $f(1) = 1 - 0,1 = 0,9$.

(b) *Initialisation* : on a vu que $0 < 0,819 < 0,9 < 1$ ou $0 < T_1 < T_0 < 1$: l'encadrement est vrai au rang 0 ;
Hérédité supposons que pour $n \in \mathbb{N}$, on ait :
$0 < T_{n+1} < T_n < 1$. par croissance de la fonction f sur $[0;1]$ on a :
$f(0) < f(T_{n+1}) < f(T_n) < f(1)$
donc $\quad 0 < T_{n+2} < T_{n+1} < 0,9$.
Or $0,9 < 1$, on a donc $0 < T_{n+2} < T_{n+1} < 1$: l'encadrement est vrai au rang $n+1$.
L'encadrement est vrai au rang 0, et s'il est vrai à un rang n quelconque il est vrai au rang $n+1$: d'après le principe de récurrence, quel que soit le naturel n, $0 < T_{n+1} < T_n < 1$.

3. code de la fonction Python **seuil** :

```
def seuil() :
    T=0.9
    n=0
    while T>0.25 :
        n=n+1
        T = T-0.1*T**2
    return 2020+n
```