Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 1

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4\mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}^{2x}$ et $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans un repère $(\mathrm{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2) Quelle interprétation graphique peut-on donner du résultat précédent ?
3) **a.** Démontrer que $f'(x) = \mathrm{e}^{x}(4 - 2\mathrm{e}^{x})$.

   b. En déduire le signe de $f'(x)$ et énoncer les variations de f sur $\mathbb{R}$.
4) Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ avec les axes du repère.

Exercice 2

L'espace est rapporté à un repère orthonormal. Soit $\mathrm{A}(-1;2;3)$ et $\mathrm{B}(5;2;7)$.
Déterminer la représentation paramétrique de la droite (AB).

Exercice 3

On considère les trois nombres complexes suivants :
$z_1 = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$, $z_2 = 1 - \mathrm{i}$ et $\mathrm{Z} = \dfrac{z_1}{z_2}$.

1) Déterminer l'écriture algébrique de Z.
2) Déterminer module et argument de z_1, z_2 et Z.

Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 2

Exercice 1

Le plan complexe est rapporté au repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$. L'affixe du point M est noté z.

1) Interpréter géométriquement $|z-1+i|$

2) En déduire l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie :

$$|z-1+i| = 2$$

Exercice 2

Soit (u_n) une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = -5$.

1) Déterminer u_4.

2) Déterminer la limite de (u_n).

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-2x} + e^{-3x}$.

1) Calculer la dérivée de f et en déduire le sens de variation de f.

2) Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.

3) Calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$.

Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 3

Exercice 1

L'espace est rapporté à un repère orthonormal. Soit $A(-1;2;3)$ et $B(5;2;7)$.
Déterminer la représentation paramétrique de la droite (AB).

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{\ln(x+3)}{x+3}$.

1) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

2) Établir le tableau de variations de f sur $[0;+\infty[$.

Exercice 3

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$

1) Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ?

2) Soit (v_n) la suite définie pour tout entier n par : $v_n = u_n - 2$.
Montrer que la suite (v_n) est géométrique et préciser la raison.
Exprimer v_n en fonction de n, puis en déduire u_n en fonction de n.
La suite u_n est-elle convergente ?

Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 4

Exercice 1

L'espace est rapporté à un repère orthonormal.
On considère les points $A(-4;5;3)$; $B(-2;1;-2)$ et $C(5;4;6)$.

1) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont-ils colinéaires ?

2) Le vecteur $\vec{u}(4;-3;4)$ est-il normal au plan (ABC) ? Justifier

Exercice 2

Calculer $I = \displaystyle\int_0^1 1 + x + 2e^{-2x} dx$.
Que représente cette intégrale ?

Exercice 3

Déterminer la forme trigonométrique, puis la forme exponentielle de $z = -2 + 2i\sqrt{3}$.

Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 5

Exercice 1

L'espace est rapporté à un repère orthonormal.
On considère les points $A(-2;-1;-2)$; $B(0;4;5)$ et $C(-1;0;3)$.

1) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2) Montrer que le vecteur $\vec{n}(6;-1;-1)$ est normal au plan (ABC).

3) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC)

Exercice 2

On considère les trois nombres complexes suivants :
$z_1 = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$, $z_2 = 1 - \mathrm{i}$ et $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$.

1) Déterminer l'écriture algébrique de Z.

2) Déterminer module et argument de z_1, z_2 et Z.

Exercice 3

Calculer $I = \displaystyle\int_{-1}^{2} \frac{2}{x+3}\,\mathrm{d}x$

Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n^{o} 6

Exercice 1

Déterminer la forme algébrique du nombre complexe z de module 4 et d'argument $\frac{3\pi}{4}$.

Exercice 2

L'espace est rapporté à un repère orthonormal.
On considère les points $A(-2;1;-3)$; $B(-5;3;2)$ et $C(4;4;-1)$.
Le triangle ABC est-il rectangle ?

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{\imath},\ \vec{\jmath})$.
La courbe $\mathscr{C}$ représentée ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. La droite (T) est la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 et la droite (D) a pour équation $y = 2$.

1) Lire graphiquement $f(0)$ et $f'(0)$.

Dans la suite on admet que $f(x) = 2 + xe^{-x}$.

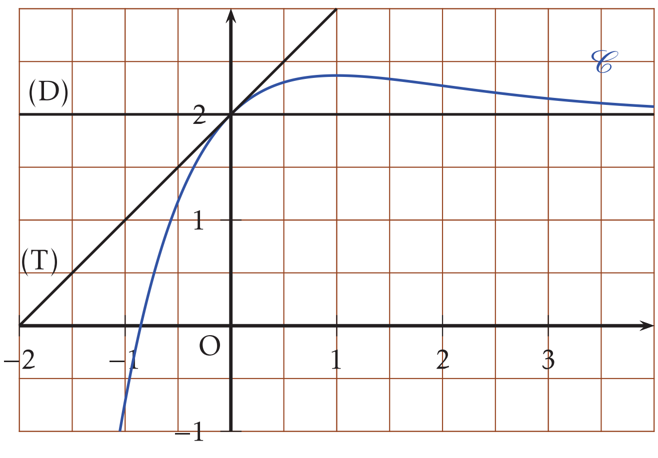
2) La droite (D) est-elle asymptote à la courbe $\mathscr{C}$? (Justifier)

3) **a.** Démontrer que la fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = (-x-1)e^{-x}$ et une primitive de la fonction g définie par $g(x) = xe^{-x}$

b. En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

4) Hachurer sur le dessin la portion du plan comprise entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$.

5) Déterminer la valeur exacte, en unité d'aire de cette portion de plan.



Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 7

Exercice 1 *Questions de cours*

1) Le plan complexe est muni du repère orthonormal direct $(\mathrm{O}; \vec{u}, \vec{v})$.
Soient trois points distincts A, B et C du plan complexe.
A l'aide des nombres complexes, comment déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}})$?

2) X est une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ.
On considère un nombre k strictement supérieur à la moyenne.
Est-il vrai que $\mathrm{P}(x \leqslant k) < 0,5$? Justifier.

Exercice 2

Soit la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = \ln(2x) + x^2 - 1$, dont on nous donne le tableau de variations ci dessous :

x	0		$+\infty$
			$+\infty$
$g(x)$		$\nearrow$	
	$-\infty$		

1) Justifier le sens de variation de g sur $]0;+\infty[$.

2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0;+\infty[$ puis donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près à la calculatrice.

3) En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$.

Exercice 3

L'espace est rapporté à un repère orthonormal direct.
Soit $\mathrm{A}(-1;2;3)$ et $\mathrm{B}(5;2;7)$.

1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

2) Le point $\mathrm{C}(2;1;4)$ appartient-il à la droite (AB) ? Justifier

Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 8

Exercice 1 — *Question de cours*

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres (n, p).

1) Donner en fonction de n et p, $\mathrm{E}(\mathrm{X})$ l'espérance de X et son écart-type $\sigma(\mathrm{X})$.

2) On pose $\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X} - np}{\sqrt{npq}}$.
Si les conditions du théorème de Moivre-Laplace sont remplies, la variable Z suit approximativement une loi à préciser et on peut alors approcher le calcul de $\mathrm{P}(a \leqslant \mathrm{X} \leqslant b)$ par celui de $\mathrm{P}(\cdots\cdots\cdots \leqslant \mathrm{Z} \cdots\cdots\cdots)$.

Exercice 2

Soit le complexe j défini par $j = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$.

1) Montrer que $j = -\frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2) Calculer j^3.

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{2x} - x + 1$.
Montrer que la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 a pour équation $y = x + 2$.

Exercice 4

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$

1) Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ?

2) Soit (v_n) la suite définie pour tout entier n par : $v_n = u_n - 2$.
Montrer que la suite (v_n) est géométrique et préciser la raison.
Exprimer v_n en fonction de n, puis en déduire u_n en fonction de n.
La suite u_n est-elle convergente ?

Baccalauréat général | Série S–SI
Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min | Durée : 20 min

Sujet n° 9

Exercice 1 *Question de cours*

Soit la suite (u_n) géométrique de premier terme u_0 et de raison q.

1) Donner l'expression de u_n en fonction de n.

2) Discuter suivant les valeurs de q, la convergence de la suite (u_n).

3) Déterminer par le calcul le plus petit entier naturel n tel que $\left(\frac{1}{3}\right)^n \leqslant 0,001$.
Comment à l'aide de la calculatrice, vérifier ce résultat ?

Exercice 2

Les deux questions sont indépendantes.
Le plan est muni du repère orthonormal $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

1) Soient 3 points A, B, C d'affixes respectives $z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$, $z_B = 4 + 2i$ et $z_C = -5 - i$.
Les points A, B, C sont-ils alignés ? Justifier

2) $A(5+5i)$, $B(1+3i)$, $C(8-4i)$ et $P(10)$. Soit Γ le cercle de diamètre $[OP]$.
Montrer que le point A appartient à ce cercle.
On démontre de même que les points B et C appartiennent à ce même cercle (ne pas faire).
Que représente alors le cercle Γ pour le triangle ABC ?

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-2x} - e^{-3x}$.

1) Montrer en détaillant le calcul que $e^{-2\ln\left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{4}{9}$.

2) Vérifier que $f'(x) = e^{-3x}(3 - 2e^x)$.

3) Montrer que la fonction f admet un maximum sur $\mathbb{R}$ en une valeur t_M dont on donnera la valeur exacte.

Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 10

Exercice 1 — *Question de cours*

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

1) On considère un plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $ax + by + cz + d = 0$.
Que représente le vecteur de coordonnées $(a; b; c)$ pour le plan $\mathcal{P}$?

2) On considère le plan $\mathcal{P}_1$ de repère $(\mathrm{A}; \vec{u}, \vec{v})$. Soit B le point tel que $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.
Que peut-on alors dire des 3 vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$?
Que peut-on en déduire pour la droite (AB) et le plan $\mathcal{P}_1$?

3) Soient les points $\mathrm{A}(2; 1; 1)$, $\mathrm{B}(0; 0; 1)$ et $\mathrm{C}(1; 1; 2)$.
Justifier que les 3 points A, B et C définissent un unique plan qu'on appellera (ABC) puis vérifier qu'une équation cartésienne de ce plan est $x - 2y + z - 1 = 0$.

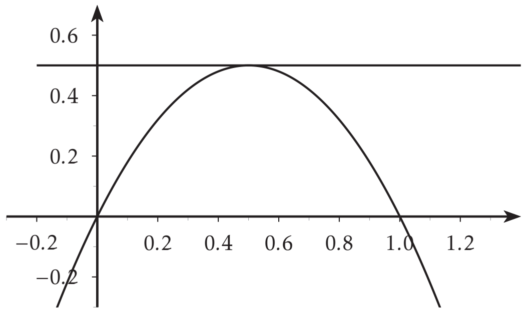
Exercice 2

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la dérivée est continue sur $\mathbb{R}$. La courbe représentative de f est donnée ci-dessous.

1) Les affirmations suivantes sont-elles cohérentes avec le schéma ?

a. $\displaystyle\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = 0$?

b. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x \leqslant \frac{1}{2}$?



2) On précise que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 2x$.
Calculer la valeur exacte de $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Exercice 3

Soit $z = -\frac{8}{3} + 2\mathrm{i}$.
Déterminer la forme algébrique du complexe $\mathrm{Z} = \bar{z} + |z|$.

Exercice 4

La production journalière de bouteilles de lait d'une entreprise est modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne 2000 et d'écart-type 200.

1) Calculer la probabilité que la production journalière soit comprise entre 1800 et 2900 bouteilles.

2) Le service de maintenance doit intervenir sur les machines si la production journalière devient inférieure à 1600 bouteilles. Déterminer la probabilité que le service de maintenance intervienne sur les machines.

Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 11

Exercice 1 — *Question de cours*

Soient A et B deux événements d'un univers Ω. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathscr{B}(25; 0,3)$.

1) Quand dit-on que A et B sont indépendants ?
2) Comment caractérise-t-on que A et B sont indépendants à l'aide des probabilités conditionnelles dans le cas où B est de probabilité non nulle ?
3) Calculer l'espérance de X et $P(8 \leqslant X \leqslant 20)$.

Exercice 2

Le plan complexe est muni du repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
Soient A et B les points d'affixes respectives i et $-1-2i$.

1) Déterminer l'ensemble Γ des points M du plan complexe d'affixe z tels que :

$$|z - i| = \sqrt{10}.$$

2) Prouver que B appartient à Γ.
Construire A, B et l'ensemble Γ dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormal.On considère les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{-x}$ et $g(x) = 2e^{-x}$.

1) Étudier la position relative des courbes représentatives de ces deux fonctions.
2) Vérifier que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (-x-1)e^{-x}$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
3) Montrer que la valeur exacte de $\mathcal{A}$ l'aire, en unités d'aire de la partie du plan limitée par la courbe de f, celle de g, les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$ est égale à $1 + e^{-2}$.
Comment contrôler ce résultat à la calculatrice ?

Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 12

Exercice 1 — *Question de cours*

Soient λ un réel strictement positif et X une variable aléatoire telle que pour tout réel $t \geqslant 0$, $P(X \leqslant t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx$.

1) Reconnaître la loi suivie par X.
2) Montrer par le calcul que $P(X \leqslant t) = 1 - e^{-\lambda t}$.
3) Pour $\lambda = 0,00026$, calculer $P(X \leqslant 1000)$ et $P(X > 1000)$.
4) Cette fois, on ne connaît pas λ.
Déterminer la valeur exacte de λ sachant que $P(X \leqslant 70) = 0,05$.

Exercice 2

Pour chaque proposition suivante, préciser si elle est vraie ou fausse : on justifiera sa réponse.

1) Le nombre complexe $-2e^{i\frac{\pi}{4}}$ a pour module 2.
2) Le complexe $-2e^{i\frac{\pi}{4}}$ a pour argument $\frac{\pi}{4}$.
3) $-\sqrt{3} - i = 2e^{i\frac{7\pi}{6}}$.
4) L'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 1 + 2i| = 4$ est un cercle passant par le point B d'affixe $z_B = 1 + 2i$.

Exercice 3

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.
On considère les points $A(-2;-1;-2)$, $B(0;4;5)$ et $C(-1;0;3)$.

1) Montrer que les points A, B et C définissent un plan qu'on notera (ABC).
2) Montrer que $\vec{n}(6;-1;-1)$ est un vecteur normal à ce plan.
3) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
4) Déterminer les coordonnées d'un quatrième point D de ce plan.

Baccalauréat général — Série S–SI

Épreuve orale de Mathématiques

Préparation : 20 min — Durée : 20 min

Sujet n° 13

Exercice 1 — *Question de cours*

1) Sur quel ensemble est définie la fonction logarithme népérien notée ln ?

2) Donner le tableau de signes de cette fonction sur son ensemble de définition.

3) Donner les limites de la fonction ln aux bornes de son ensemble de définition.

4) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln x - 2x)$.

Exercice 2

Pour chaque proposition suivante, préciser si elle est vraie ou fausse : on justifiera sa réponse.

1) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^{-x}$.

a. Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) \leqslant 1$.

b. La droite d'équation $y = 0$ est asymptote à la courbe de f en $+\infty$.

2) On choisit au hasard un réel de l'intervalle $[-2;5]$.
La probabilité que ce nombre appartiennent à $[-1;1]$ est $\frac{1}{5}$.

Exercice 3

En 2010, la proportion notée p de fumeurs réguliers (au moins une cigarette par jour), âgés de 15 à 19 ans, en France était de 0,236.
Dans un échantillon de 250 fumeurs réguliers âgés de 15 à 19 ans en France, 99 sont des filles.

1) Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique à 95% de la fréquence de fumeurs réguliers dans les échantillons de 500 jeunes français âgés de 15 à 19 ans.

2) Déterminer un intervalle de confiance au seuil de 95% de la proportion de filles parmi les fumeurs français réguliers, âgés de 15 à 19 ans.