Rappels probabilités conditionnelles et formule des probabilités totales

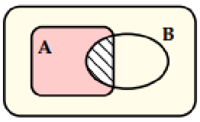
Définition 3 : La probabilité de B sachant que A est réalisé, notée $p_A(B)$ vaut :

$$p(A) \neq 0 \quad \text{et} \quad p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

Remarque : Proportion de la part hachurée de B dans A.

$p_A(B)$: part de B dans A

$$p_A(B) = \frac{\text{Nbre d'éléments communs à A et B}}{\text{Nbre d'éléments de A}} = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$



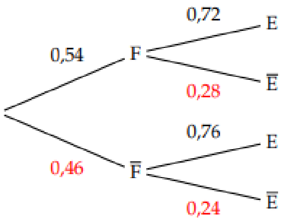
Exemple : Dans un lycée 54 % des élèves sont des filles dont 72 % sont externes. De plus, 76 % des garçons sont externes. On choisit un élève au hasard.

On pose :

- F : « l'élève choisi est une fille »
- E : « l'élève choisi est externe »

On traduit les données à l'aide de probabilités :

$p(F) = 0,54, \quad p_F(E) = 0,72, \quad p_{\overline{F}}(E) = 0,76$



- Le produit des probabilités inscrites sur chaque branche d'un chemin donne la probabilité de l'intersection des événements placés sur ce chemin.
  La probabilité d'avoir une fille externe :

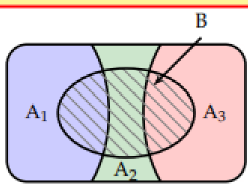
$$p(F) \times p_F(E) = p(F \cap E) = 0,54 \times 0,72 = 0,3888$$

Théorème 3 : Probabilités totales

Soit $A_1, A_2, \ldots, A_n$ une partition de l'univers Ω alors, pour tout événement B :

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \cdots + P(A_n \cap B)$$

Remarque : Le cas le plus fréquent est la partition A et $\overline{A}$.



Pour une partition de Ω en : A_1, A_2 et A_3.

$$p(B) = p(A_1 \cap B) + p(A_2 \cap B) + p(A_3 \cap B)$$

<u>Exple précédent :</u>

F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers d'où d'après la formule des probas totales :

$$p(E) = p(F \cap E) + p(\overline{F} \cap E) = 0.54 \times 0.72 + 0.46 \times 0.76 = 0.7384$$